

Contenido

Prefacio	xv
1 ¿Para qué sirven los autómatas?	1
1.1 ¿Por qué estudiar teoría de autómatas?	2
1.1.1 Introducción a los autómatas finitos	2
1.1.2 Representaciones estructurales	4
1.1.3 Los autómatas y la complejidad	5
1.2 Introducción a las demostraciones formales	6
1.2.1 Demostraciones deductivas	7
1.2.2 Reducción a definiciones	10
1.2.3 Otras formas de teoremas	11
1.2.4 Teoremas que no parecen ser proposiciones de la forma “SI ENTONCES”	15
1.3 Otras formas de demostración	15
1.3.1 Demostración de equivalencias entre conjuntos	16
1.3.2 La conversión contradictoria	17
1.3.3 Demostración por reducción al absurdo	19
1.3.4 Contraejemplos	20
1.4 Demostraciones inductivas	22
1.4.1 Inducciones sobre números enteros	22
1.4.2 Formas más generales de inducción sobre los enteros	25
1.4.3 Inducciones estructurales	26
1.4.4 Inducciones mutuas	29
1.5 Conceptos centrales de la teoría de autómatas	32
1.5.1 Alfabetos	32
1.5.2 Cadenas	32
1.5.3 Lenguajes	34
1.5.4 Problemas	35
1.6 Resumen del Capítulo 1	38
1.7 Referencias para el Capítulo 1	38

2	Autómatas finitos	41
2.1	Descripción informal de los autómatas finitos	42
2.1.1	Las reglas básicas	43
2.1.2	El protocolo	43
2.1.3	Permitir que el autómata ignore acciones	45
2.1.4	Un autómata para el sistema completo	47
2.1.5	Utilización del autómata producto para validar el protocolo	49
2.2	Autómatas finitos deterministas	50
2.2.1	Definición de un autómata finito determinista	50
2.2.2	Cómo procesa cadenas un AFD	51
2.2.3	Notaciones más simples para AFD	53
2.2.4	Extensión a cadenas de la función de transición	54
2.2.5	Lenguaje de un AFD	57
2.2.6	Ejercicios para la Sección 2.2	58
2.3	Autómatas finitos no deterministas	61
2.3.1	Visión informal de los autómatas finitos no deterministas	61
2.3.2	Definición de los autómatas finitos no deterministas	63
2.3.3	La función de transición extendida	64
2.3.4	El lenguaje de un AFN	65
2.3.5	Equivalencia entre autómatas finitos deterministas y no deterministas	66
2.3.6	Un caso desfavorable para la construcción de subconjuntos	71
2.3.7	Ejercicios para la Sección 2.3	72
2.4	Una aplicación: búsqueda de texto	74
2.4.1	Búsqueda de cadenas en textos	74
2.4.2	Autómatas finitos no deterministas para búsqueda de texto	75
2.4.3	Un AFD que reconoce un conjunto de palabras claves	76
2.4.4	Ejercicios para la Sección 2.4	79
2.5	Autómatas finitos con transiciones ϵ	79
2.5.1	Utilidad de las transiciones ϵ	79
2.5.2	Notación formal para un AFN- ϵ	80
2.5.3	Clausuras respecto de ϵ	81
2.5.4	Transiciones y lenguajes extendidos para AFN- ϵ	83
2.5.5	Eliminación de las transiciones ϵ	84
2.5.6	Ejercicios para la Sección 2.5	87
2.6	Resumen del Capítulo 2	88
2.7	Referencias para el Capítulo 2	88
3	Expresiones y lenguajes regulares	91
3.1	Expresiones regulares	91
3.1.1	Operadores de las expresiones regulares	92
3.1.2	Construcción de expresiones regulares	94
3.1.3	Precedencia de los operadores de expresiones regulares	97
3.1.4	Ejercicios para la Sección 3.1	98
3.2	Autómatas finitos y expresiones regulares	99

3.2.1	De los AFD a las expresiones regulares	100
3.2.2	Conversión de un AFD en una expresión regular por eliminación de estados	105
3.2.3	Conversión de expresiones regulares en autómatas	111
3.2.4	Ejercicios para la Sección 3.2	114
3.3	Aplicaciones de las expresiones regulares	117
3.3.1	Expresiones regulares en UNIX	118
3.3.2	Análisis léxico	119
3.3.3	Búsqueda de patrones en textos	121
3.3.4	Ejercicios para la Sección 3.3	123
3.4	Álgebra de las expresiones regulares	124
3.4.1	Asociatividad y conmutatividad	125
3.4.2	Elemento identidad y elemento nulo	125
3.4.3	Propiedades distributivas	126
3.4.4	La propiedad de idempotencia	127
3.4.5	Propiedades relativas a las clausuras	127
3.4.6	Descubriendo propiedades de expresiones regulares	128
3.4.7	Comprobación de una propiedad algebraica de las expresiones regulares	130
3.4.8	Ejercicios para la Sección 3.4	131
3.5	Resumen del Capítulo 3	133
3.6	Referencias para el Capítulo 3	133
4	Propiedades de los lenguajes regulares	135
4.1	Demostración de que un lenguaje no es regular	136
4.1.1	Lema de bombeo para los lenguajes regulares	136
4.1.2	Aplicaciones del lema de bombeo	138
4.1.3	Ejercicios para la Sección 4.1	139
4.2	Propiedades de clausura de los lenguajes regulares	141
4.2.1	Clausura de los lenguajes regulares para las operaciones booleanas	142
4.2.2	Reflexión	148
4.2.3	Homomorfismo	150
4.2.4	Homomorfismo inverso	151
4.2.5	Ejercicios para la Sección 4.2	157
4.3	Propiedades de decisión de los lenguajes regulares	160
4.3.1	Conversión entre representaciones	161
4.3.2	Comprobación de si un lenguaje es vacío	163
4.3.3	Comprobación de la pertenencia a un lenguaje regular	165
4.3.4	Ejercicios para la Sección 4.3	165
4.4	Equivalencia y minimización de autómatas	166
4.4.1	Comprobación de la equivalencia de estados	166
4.4.2	Comprobación de la equivalencia de lenguajes regulares	170
4.4.3	Minimización de un AFD	172
4.4.4	Por qué no hay AFD menores que el minimizado	175

4.4.5	Ejercicios para la Sección 4.4	177
4.5	Resumen del Capítulo 4	178
4.6	Referencias para el Capítulo 4	179
5	Gramáticas independientes del contexto	181
5.1	Gramáticas independientes del contexto	182
5.1.1	Un ejemplo informal	182
5.1.2	Definición de las gramáticas independientes del contexto	183
5.1.3	Derivaciones con una gramática	185
5.1.4	Derivaciones izquierda y derecha	188
5.1.5	Lenguaje de una gramática	190
5.1.6	Formas sentenciales	191
5.1.7	Ejercicios para la Sección 5.1	193
5.2	Árboles de derivación	194
5.2.1	Construcción de árboles de derivación	196
5.2.2	Resultado de un árbol de derivación	197
5.2.3	Inferencia, derivaciones y árboles de derivación	197
5.2.4	De las inferencias a los árboles	199
5.2.5	De los árboles a las derivaciones	201
5.2.6	De las derivaciones a las inferencias recursivas	204
5.2.7	Ejercicios para la Sección 5.2	206
5.3	Aplicaciones de las GIC	206
5.3.1	Analizadores	207
5.3.2	El generador de analizadores YACC	209
5.3.3	Lenguajes de marcado	211
5.3.4	XML y la definición de tipos de documentos	213
5.3.5	Ejercicios para la Sección 5.3	219
5.4	Ambigüedad en las gramáticas y lenguajes	221
5.4.1	Gramáticas ambiguas	221
5.4.2	Cómo eliminar la ambigüedad de las gramáticas	223
5.4.3	Derivaciones más a la izquierda como forma de expresar ambigüedad	227
5.4.4	Ambigüedad inherente	228
5.4.5	Ejercicios para la Sección 5.4	230
5.5	Resumen del Capítulo 5	231
5.6	Referencias para el Capítulo 5	233
6	Autómatas a Pila	235
6.1	Definición de los Autómatas a Pila	235
6.1.1	Introducción Informal	235
6.1.2	Definición Formal de los Autómatas a Pila	238
6.1.3	Una Notación Gráfica para Autómatas a Pila	240
6.1.4	Descripciones Instantáneas de un Autómata a Pila	240
6.1.5	Ejercicios para la Sección 6.1	244
6.2	Lenguajes aceptados por un autómata a pila	245

6.2.1	Aceptación por estado final	246
6.2.2	Aceptación por pila vacía	247
6.2.3	De pila vacía a estado final	248
6.2.4	De estado final a pila vacía	251
6.2.5	Ejercicios para la Sección 6.2	253
6.3	Equivalencia entre Autómatas a Pila y GIC	254
6.3.1	De Gramáticas a Autómatas a Pila	255
6.3.2	De Autómatas a Pila a Gramáticas	259
6.3.3	Ejercicios para la Sección 6.3	263
6.4	Autómatas a Pila Deterministas	265
6.4.1	Definición de un Autómata a Pila Determinista	265
6.4.2	Lenguajes Regulares y APD	266
6.4.3	APD y Lenguajes Independientes del Contexto	267
6.4.4	APD y Gramáticas Ambiguas	268
6.4.5	Ejercicios para la Sección 6.4	269
6.5	Resumen del Capítulo 6	270
6.6	Referencias para el Capítulo 6	271
7	Propiedades de los lenguajes independientes del contexto	273
7.1	Formas normales para gramáticas independientes del contexto	273
7.1.1	Eliminación de símbolos inútiles	274
7.1.2	Cálculo de los símbolos generadores y alcanzables	276
7.1.3	Eliminación de producciones ϵ	277
7.1.4	Eliminación de producciones unitarias	281
7.1.5	Forma normal de Chomsky	285
7.1.6	Ejercicios para la Sección 7.1	288
7.2	Lema de bombeo para LIC	293
7.2.1	Tamaño de los árboles de derivación	293
7.2.2	Enunciado del lema de bombeo	294
7.2.3	Aplicaciones del lema de bombeo para LIC	296
7.2.4	Ejercicios para la Sección 7.2	300
7.3	Propiedades de clausura de los lenguajes independientes del contexto	301
7.3.1	Sustituciones	301
7.3.2	Aplicaciones del teorema de sustitución	304
7.3.3	Reflexión	305
7.3.4	Intersección con un lenguaje regular	305
7.3.5	Homomorfismo inverso	310
7.3.6	Ejercicios para la Sección 7.3	312
7.4	Propiedades de decisión de los LIC	314
7.4.1	Complejidad de las conversiones entre GIC y autómatas a pila	314
7.4.2	Tiempo de ejecución de la conversión a forma normal de Chomsky	316
7.4.3	Comprobación de si un LIC está vacío	317

7.4.4	Comprobación de la pertenencia a un LIC	320
7.4.5	Anticipo de los problemas indecidibles sobre LIC	323
7.4.6	Ejercicios para la Sección 7.4	324
7.5	Resumen del Capítulo 7	325
7.6	Referencias para el Capítulo 7	326
8	Introducción a las máquinas de Turing	327
8.1	Problemas que un computador no puede resolver	328
8.1.1	Programas que imprimen “hola, mundo”	328
8.1.2	El hipotético comprobador de “hola, mundo”	331
8.1.3	Reducir un problema a otro	334
8.1.4	Ejercicios para la Sección 8.1	337
8.2	La máquina de Turing	338
8.2.1	El intento de decidir todas las cuestiones matemáticas	339
8.2.2	Notación para la máquina de Turing	340
8.2.3	Configuraciones o descripciones instantáneas de máquinas de Turing	342
8.2.4	Diagramas de transición para las máquinas de Turing	346
8.2.5	El lenguaje de una máquina de Turing	350
8.2.6	Las máquinas de Turing y la parada	351
8.2.7	Ejercicios para la Sección 8.2	351
8.3	Técnicas de programación para las MT	353
8.3.1	Almacenamiento en el estado	353
8.3.2	Pistas múltiples	355
8.3.3	Subrutinas	357
8.3.4	Ejercicios para la Sección 8.3	360
8.4	Extensiones de la máquina de Turing básica	360
8.4.1	Máquinas de Turing con varias cintas	361
8.4.2	Equivalencia entre las MT con una y varias cintas	362
8.4.3	El tiempo de ejecución en la construcción que pasa de muchas cintas a una	364
8.4.4	Máquinas de Turing no deterministas	365
8.4.5	Ejercicios para la Sección 8.4	368
8.5	Máquinas de Turing con restricciones	371
8.5.1	Máquinas de Turing con cintas semiinfinitas	372
8.5.2	Máquinas con pilas múltiples	375
8.5.3	Máquinas contadoras	378
8.5.4	Potencia de las máquinas contadoras	379
8.5.5	Ejercicios para la Sección 8.5	382
8.6	Las máquinas de Turing y los computadores	382
8.6.1	Simulación de una máquina de Turing mediante un computador	383
8.6.2	Simulación de un computador mediante una máquina de Turing	384

8.6.3	Comparación de los tiempos de ejecución de los computadores y de las máquinas de Turing	390
8.7	Resumen del Capítulo 8	392
8.8	Referencias para el Capítulo 8	395
9	Problemas indecidibles	397
9.1	Un lenguaje no recursivamente enumerable	398
9.1.1	Enumeración de cadenas binarias	399
9.1.2	Codificación de las máquinas de Turing	399
9.1.3	El lenguaje de diagonalización	401
9.1.4	Demostración de que L_d no es RE	402
9.1.5	Ejercicios para la Sección 9.1	403
9.2	Un problema indecidible que es RE	404
9.2.1	Lenguajes recursivos	404
9.2.2	Complementarios de los lenguajes recursivos y RE	405
9.2.3	El lenguaje universal	408
9.2.4	Indecidibilidad del lenguaje universal	411
9.2.5	Ejercicios para la Sección 9.2	412
9.3	Problemas indecidibles para máquinas de Turing	414
9.3.1	Reducciones	415
9.3.2	Máquinas de Turing que aceptan el lenguaje vacío	416
9.3.3	Teorema de Rice y propiedades de los lenguajes RE	420
9.3.4	Problemas sobre especificaciones de las MT	422
9.3.5	Ejercicios para la Sección 9.3	423
9.4	El problema de la correspondencia de Post	425
9.4.1	Definición del problema de la correspondencia de Post	425
9.4.2	El PCP "modificado"	428
9.4.3	Finalización de la demostración de la indecidibilidad del PCP	431
9.4.4	Ejercicios para la Sección 9.4	437
9.5	Otros problemas indecidibles	438
9.5.1	Problemas acerca de programas	438
9.5.2	Indecidibilidad de la ambigüedad de una GIC	438
9.5.3	Complementario de un lenguaje de lista	441
9.5.4	Ejercicios para la Sección 9.5	444
9.6	Resumen del Capítulo 9	445
9.7	Referencias para el Capítulo 9	446
10	Problemas intratables	449
10.1	Las clases \mathcal{P} y \mathcal{NP}	450
10.1.1	Problemas resolubles en tiempo polinómico	450
10.1.2	Ejemplo: algoritmo de Kruskal	451
10.1.3	Tiempo polinómico no determinista	456
10.1.4	Ejemplo de \mathcal{NP} . el problema del viajante de comercio	456
10.1.5	Reducciones en tiempo polinómico	458

10.1.6	Problemas NP-completos	459
10.1.7	Ejercicios para la Sección 10.1	461
10.2	Un problema NP-completo	463
10.2.1	El problema de la satisfacibilidad	463
10.2.2	Representación de los problemas SAT	465
10.2.3	El problema SAT es NP-completo	466
10.2.4	Ejercicios para la Sección 10.2	472
10.3	Problema de la satisfacibilidad restringido	473
10.3.1	Formas normales de expresiones booleanas	474
10.3.2	Conversión de expresiones en FNC	475
10.3.3	CSAT es NP-completo	478
10.3.4	3SAT es NP-completo	483
10.3.5	Ejercicios para la Sección 10.3	484
10.4	Otros problemas NP-completos	485
10.4.1	Descripción de los problemas NP-completos	486
10.4.2	El problema de los conjuntos independientes	486
10.4.3	El problema del recubrimiento de nodos	490
10.4.4	Problema del circuito hamiltoniano orientado	492
10.4.5	Los circuitos hamiltonianos no orientados y el PVC	497
10.4.6	Resumen de los problemas NP-completos	500
10.4.7	Ejercicios para la Sección 10.4	500
10.5	Resumen del Capítulo 10	505
10.6	Referencias para el Capítulo 10	506
11	Otras clases de problemas	509
11.1	Complementarios de los lenguajes de \mathcal{NP}	510
11.1.1	La clase de lenguajes $\text{co-}\mathcal{NP}$	511
11.1.2	Problemas NP-completos y $\text{co-}\mathcal{NP}$	512
11.1.3	Ejercicios para la Sección 11.1	512
11.2	Problemas resolubles en espacio polinómico	513
11.2.1	Máquinas de Turing con espacio polinómico	514
11.2.2	Relaciones de \mathcal{PS} y \mathcal{NPS} con las clases definidas anteriormente	514
11.2.3	Espacio polinómico determinista y no determinista	516
11.3	Un problema \mathcal{PS} -completo	519
11.3.1	Problemas PS-completos	519
11.3.2	Fórmulas booleanas con cuantificadores	520
11.3.3	Evaluación de fórmulas booleanas con cuantificadores	521
11.3.4	El problema FBC es PS-completo	523
11.3.5	Ejercicios para la Sección 11.3	528
11.4	Clases de lenguajes con aleatoriedad	529
11.4.1	Quicksort: ejemplo de algoritmo con aleatoriedad	530
11.4.2	Modelo de máquina de Turing con aleatoriedad	530
11.4.3	Lenguaje de una máquina de Turing con aleatoriedad	532
11.4.4	La clase \mathcal{RP}	534

11.4.5	Reconocimiento de los lenguajes de \mathcal{RP}	536
11.4.6	La clase ZPP	537
11.4.7	Relación entre \mathcal{RP} y ZPP	538
11.4.8	Relaciones con las clases \mathcal{P} y \mathcal{NP}	539
11.5	Complejidad de la prueba de primalidad	541
11.5.1	La importancia de comprobar la primalidad	541
11.5.2	Introducción a la aritmética modular	543
11.5.3	Complejidad de los cálculos con aritmética modular	545
11.5.4	Prueba de primalidad aleatorio-polinómica	546
11.5.5	Pruebas de primalidad no deterministas	547
11.5.6	Ejercicios para la Sección 11.5	550
11.6	Resumen del Capítulo 11	551
11.7	Referencias para el Capítulo 11	552
	Índice analítico	555