
CONTENIDO

PRÓLOGO v AL ESTUDIANTE ix

1 LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS 1
1.1 Los números reales 2
1.2 Sistemas de coordenadas en dos dimensiones 11
1.3 La recta 20
1.4 La definición de función 29
1.5 Operaciones con las funciones 40
1.6 Repaso 48

2 LÍMITES DE FUNCIONES 51
2.1 Introducción al Cálculo 52
2.2 Definición informal de límite 59
2.3 Definición formal de límite 67
2.4 Métodos para calcular límites 73
2.5 Funciones continuas 82
2.6 Repaso 91

3 LA DERIVADA 93
3.1 Definición de la derivada 94
3.2 Algunas reglas para determinar derivadas 101
3.3 La derivada como tasa de variación (o razón de cambio) 111
3.4 Incrementos y diferenciales 121

3.5 La Regla de la Cadena 129
3.6 Derivación implícita 136
3.7 Potencias y derivadas de orden superior 141
3.8 Rapideces de variación relacionadas 147
3.9 El Método de Newton 153
3.10 Repaso 156

4 VALORES EXTREMOS Y ANTIDERIVADAS 161
4.1 Máximos y mínimos locales de las funciones 162
4.2 Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio 169
4.3 Criterio de la primera derivada 175
4.4 Concavidad y criterio de la segunda derivada 183
4.5 Aplicaciones de los máximos y mínimos 194
4.6 Límites al infinito y límites infinitos 205
4.7 Antiderivadas 218
4.8 Repaso 226

5 LA INTEGRAL DEFINIDA 229
5.1 Determinación del área 230
5.2 La integral definida 238
5.3 Propiedades de la integral definida 245
5.4 Teorema Fundamental del Cálculo 251
5.5 Integral indefinida y cambio de variable 260
5.6 Integración numérica 267
5.7 Repaso 275

6 APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA 279

- 6.1 Área 280
- 6.2 Sólidos de revolución 289
- 6.3 Determinación de volúmenes mediante envolventes cilíndricas 297
- 6.4 Determinación de volúmenes por cortes transversales 301
- 6.5 Longitud de arco y superficies de revolución 304
- 6.6 Trabajo 313
- 6.7 Fuerza ejercida por un líquido 319
- 6.8 Momentos y centros de masa de una lámina 324
- 6.9 Otras aplicaciones 332
- 6.10 Repaso 341

7 FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS 345

- 7.1 Funciones inversas 346
- 7.2 Función logaritmo natural 350
- 7.3 Función exponencial natural 359
- 7.4 Derivación e integración 368
- 7.5 Funciones logarítmicas y exponenciales generales 374
- 7.6 Leyes de crecimiento y decrecimiento 382
- 7.7 Derivadas de las funciones inversas 389
- 7.8 Repaso 393

8 OTRAS FUNCIONES TRASCENDENTES 395

- 8.1 Funciones trigonométricas 396
- 8.2 Límites de las funciones trigonométricas 409
- 8.3 Derivadas de las funciones trigonométricas 414
- 8.4 Integrales de las funciones trigonométricas 426
- 8.5 Funciones trigonométricas inversas 432
- 8.6 Derivadas e integrales 438
- 8.7 Funciones hiperbólicas 445
- 8.8 Funciones hiperbólicas inversas 451
- 8.9 Repaso 455

9 MÉTODOS DE INTEGRACIÓN 459

- 9.1 Integración por partes 460
- 9.2 Integrales trigonométricas 466

- 9.3 Sustitución trigonométrica 471
- 9.4 Integrales de las funciones racionales 476
- 9.5 Integrales en las que aparecen expresiones cuadráticas 483
- 9.6 Sustituciones diversas 486
- 9.7 Tablas de integrales 490
- 9.8 Repaso 493

10 FORMAS INDETERMINADAS, INTEGRALES IMPROPIAS Y FÓRMULAS DE TAYLOR 495

- 10.1 Las formas indeterminadas 496
- 10.2 Otras formas indeterminadas 503
- 10.3 Integrales con extremos (o límites) de integración infinitos 507
- 10.4 Integrales con integrandos discontinuos 514
- 10.5 Fórmula de Taylor 520
- 10.6 Repaso 529

11 SERIES INFINITAS 531

- 11.1 Sucesiones infinitas 532
- 11.2 Series infinitas convergentes o divergentes 544
- 11.3 Series de términos positivos 554
- 11.4 Criterios de la Razón y de la Raíz 563
- 11.5 Series alternantes y convergencia absoluta 566
- 11.6 Series de potencias 575
- 11.7 Representación de funciones por series de potencias 581
- 11.8 Series de Taylor y de Maclaurin 586
- 11.9 Serie del Binomio 595
- 11.10 Repaso 599

12 TEMAS SELECTOS DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA 601

- 12.1 Secciones cónicas 602
- 12.2 Parábolas 602
- 12.3 Elipses 611
- 12.4 Hipérbolas 620
- 12.5 Rotación de ejes 628
- 12.6 Repaso 632

13 CURVAS PLANAS Y COORDENADAS POLARES 635

- 13.1 Curvas planas 636
- 13.2 Rectas tangentes y longitud de arco 646

13.3	Coordenadas polares	653
13.4	Integrales en coordenadas polares	663
13.5	Ecuaciones polares de las cónicas	669
13.6	Repaso	674

14 VECTORES Y SUPERFICIES 677

14.1	Vectores en dos dimensiones	678
14.2	Vectores en tres dimensiones	689
14.3	Producto escalar	697
14.4	Producto vectorial	705
14.5	Rectas y planos	713
14.6	Superficies	722
14.7	Coordenadas cilíndricas y esféricas	731
14.8	Repaso	735

15 FUNCIONES VECTORIALES 739

15.1	Definiciones y curvas en el espacio	740
15.2	Límites, derivadas e integrales	745
15.3	El movimiento	753
15.4	Curvatura de líneas	761
15.5	Componentes tangencial y normal de la aceleración	771
15.6	Leyes de Kepler	777
15.7	Repaso	782

16 DERIVADAS PARCIALES 785

16.1	Funciones de varias variables	786
16.2	Límites y continuidad	794
16.3	Derivadas parciales	802
16.4	Incrementos y diferenciales	810
16.5	Regla de la Cadena	818
16.6	Derivadas direccionales	828
16.7	Planos tangentes y rectas normales a las superficies	837
16.8	Máximos y mínimos de funciones de varias variables	844
16.9	Multiplicadores de Lagrange	852
16.10	Repaso	860

17 INTEGRALES MÚLTIPLES 863

17.1	Integrales dobles	864
17.2	Evaluación de las integrales dobles	868
17.3	Área y volumen	876

17.4	Integrales dobles en coordenadas polares	882
17.5	Área de una superficie	887
17.6	Integrales triples	890
17.7	Momentos y centro de masa	900
17.8	Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas	908
17.9	Cambio de variables en las integrales múltiples	913
17.10	Repaso	921

18 CÁLCULO VECTORIAL 925

18.1	Campos vectoriales	926
18.2	Integrales de línea	934
18.3	Independencia de la trayectoria	944
18.4	Teorema de Green	953
18.5	Integrales de superficie	961
18.6	Teorema de la divergencia	969
18.7	Teorema de Stokes	976
18.8	Repaso	983

19 ECUACIONES DIFERENCIALES 985

19.1	Ecuaciones diferenciales separables	986
19.2	Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden	992
19.3	Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden	999
19.4	Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas	1006
19.5	Vibraciones	1012
19.6	Repaso	1017

APÉNDICES 1021

I	Inducción matemática	1022
II	Teoremas sobre límites e integrales	1027
III	Tablas	1040
IV	Tablas de integrales	1042

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE NÚMERO IMPAR 1047

ÍNDICE 1093