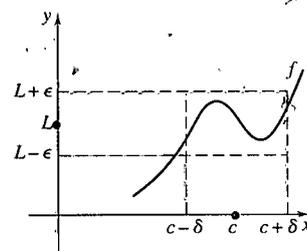
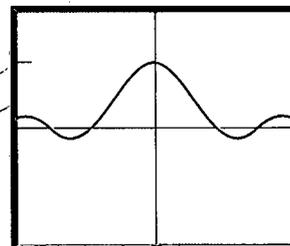
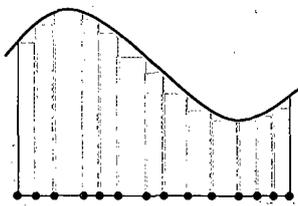
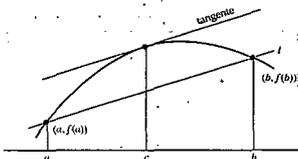
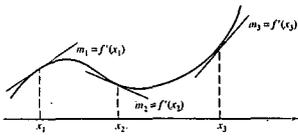


# ÍNDICE ANALÍTICO

## VOLUMEN 1

<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN</b> .....	1
1.1 ¿Qué es el cálculo? .....	1
1.2 Nociones y fórmulas de la matemática elemental .....	4
PROYECTO 1.2 Desarrollos decimales y números decimales .....	12
1.3 Desigualdades .....	13
1.4 Plano de referencia; geometría analítica .....	20
1.5 Funciones .....	28
1.6 Funciones elementales .....	37
1.7 Combinaciones de funciones .....	47
PROYECTO 1.7 Funciones inversas .....	52
1.8 Una observación acerca de la demostración en matemáticas; inducción matemática .....	53
Temas importantes del capítulo .....	57
<b>CAPÍTULO 2 LÍMITES Y CONTINUIDAD</b> .....	59
2.1 La noción de límite .....	59
2.2 Definición de límite .....	71
PROYECTO 2.2 Hallar un $\delta$ para un $\epsilon$ dado .....	80
2.3 Algunos teoremas sobre límites .....	81
2.4 Continuidad .....	90
2.5 El teorema de la función intermedia; límites trigonométricos .....	99
2.6 Dos propiedades básicas de las funciones continuas .....	106
PROYECTO 2.6 El método de bisección .....	111
Temas importantes del capítulo .....	112





**CAPÍTULO 3 DIFERENCIACIÓN ..... 115**

3.1 La derivada ..... 115

3.2 Algunas fórmulas de diferenciación ..... 127

3.3 La notación  $d/dx$ ; derivadas de orden superior ..... 137

    PROYECTO 3.3 Generalización de la regla del producto ..... 143

3.4 La derivada como tasa de variación ..... 144

3.5 La regla de la cadena ..... 155

3.6 Diferenciación de las funciones trigonométricas ..... 163

3.7 Diferenciación implícita; potencias racionales ..... 170

3.8 Tasas de variación por unidad de tiempo ..... 177

    PROYECTO 3.8 Velocidad angular; movimiento circular uniforme ..... 183

3.9 Diferenciales; aproximaciones de Newton-Raphson ..... 184

    PROYECTO 3.9 Puntos fijos ..... 191

Temas importantes del capítulo ..... 192

**CAPÍTULO 4 EL TEOREMA DEL VALOR MEDIO Y APLICACIONES ..... 195**

4.1 El teorema del valor medio ..... 195

4.2 Funciones crecientes y decrecientes ..... 201

    PROYECTO 4.2 Energía de un cuerpo en caída libre ..... 208

4.3 Valores extremos locales ..... 209

4.4 Extremos y valores extremos absolutos ..... 217

4.5 Algunos problemas sobre máximos y mínimos ..... 225

    PROYECTO 4.5 Trayectorias de vuelo de pájaros ..... 235

4.6 Concavidad y puntos de inflexión ..... 236

4.7 Asíntotas verticales y horizontales; tangentes verticales y cúspides ..... 240

4.8 Algunos trazados de curvas ..... 247

Temas importantes del capítulo ..... 256

**CAPÍTULO 5 INTEGRACIÓN ..... 257**

5.1 Integral definida de una función continua ..... 257

    PROYECTO 5.1 Distancia ..... 269

5.2 La función  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  ..... 269

    PROYECTO 5.2 Funciones representadas por una integral ..... 278

5.3 El teorema fundamental del cálculo integral ..... 278

5.4 Algunos problemas de área ..... 285

5.5 Integrales indefinidas ..... 291

5.6 Cambio de variable ..... 299

5.7 Otras propiedades de la integral definida ..... 308

    PROYECTO 5.7 Medias móviles ..... 313

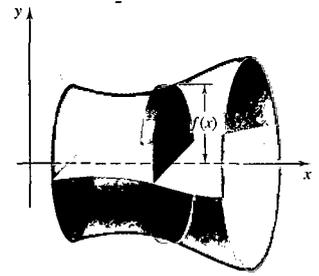
5.8 Teoremas del valor medio para integrales; valor medio o promedio ..... 314

Temas importantes del capítulo ..... 319



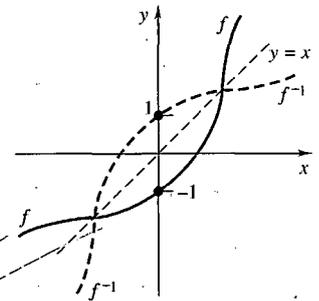
**CAPÍTULO 6 ALGUNAS APLICACIONES DE LA INTEGRAL ..... 321**

6.1 Algo más acerca del área ..... 321  
 PROYECTO 6.1 Distribución de la renta ..... 325  
 6.2 Cálculo de volúmenes por secciones paralelas; discos y arandelas ..... 326  
 6.3 Cálculo de volúmenes por el método de las capas ..... 338  
 6.4 Centroides de una región; teorema de Pappus relativo a volúmenes ..... 344  
 PROYECTO 6.4 Centroides de un sólido de revolución ..... 350  
 6.5 La noción de trabajo ..... 351  
 6.6 Presión y fuerza de los fluidos ..... 358  
 Temas importantes del capítulo ..... 362



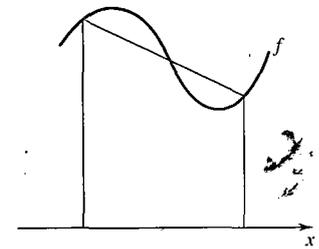
**CAPÍTULO 7 FUNCIONES TRASCENDENTES ..... 365**

7.1 Funciones inyectivas; inversas ..... 365  
 7.2 La función logaritmo, parte I ..... 374  
 7.3 La función logaritmo, parte II ..... 382  
 7.4 La función exponencial ..... 392  
 PROYECTO 7.4 Estimación del número e ..... 400  
 7.5 Potencias arbitrarias; otras bases ..... 401  
 7.6 Crecimiento y caída exponencial ..... 408  
 7.7 Funciones trigonométricas inversas ..... 417  
 PROYECTO 7.7 Refracción ..... 429  
 7.8 Seno y coseno hiperbólicos ..... 430  
 \* 7.9 Otras funciones hiperbólicas ..... 435  
 Temas importantes del capítulo ..... 439

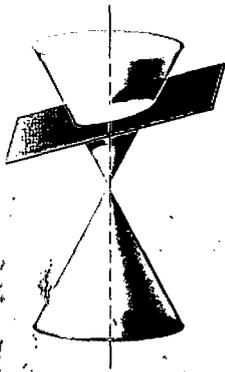


**CAPÍTULO 8 TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN ..... 441**

8.1 Tablas de integrales y repaso ..... 441  
 8.2 Integración por partes ..... 445  
 PROYECTO 8.2 Flujo de renta ..... 454  
 8.3 Potencias y productos de funciones trigonométricas ..... 455  
 8.4 Sustituciones trigonométricas ..... 464  
 8.5 Fracciones simples ..... 470  
 \* 8.6 Algunas sustituciones de racionalización ..... 479  
 8.7 Integración numérica ..... 482  
 PROYECTO 8.7 La función de error ..... 491  
 \* 8.8 Ecuaciones diferenciales; ecuaciones lineales de primer orden ..... 492  
 \* 8.9 Ecuaciones separables ..... 500  
 Temas importantes del capítulo ..... 507



\* Secciones opcionales



**CAPÍTULO 9 SECCIONES CÓNICAS; COORDENADAS POLARES; ECUACIONES PARAMÉTRICAS ..... 509**

9.1 Traslaciones; la parábola ..... 509

9.2 La elipse y la hipérbola ..... 518

9.3 Coordenadas polares ..... 529

9.4 Trazado de gráficas en coordenadas polares ..... 535

    PROYECTO 9.4 Secciones cónicas en coordenadas polares ..... 543

9.5 Área en coordenadas polares ..... 544

9.6 Curvas dadas paramétricamente ..... 549

    PROYECTO 9.6 Trayectorias parabólicas ..... 557

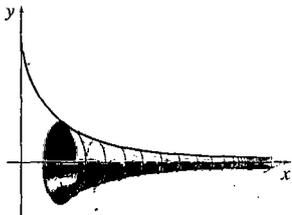
9.7 Tangentes a curvas dadas paramétricamente ..... 558

9.8 Longitud de un arco y velocidad ..... 564

9.9 Área de una superficie de revolución; centroide de una curva; teorema de Pappus para el área de una superficie ..... 573

    PROYECTO 9.9 La cicloide ..... 581

Temas importantes del capítulo ..... 583



**CAPÍTULO 10 SUCESIONES; FORMAS INDETERMINADAS; INTEGRALES IMPROPIAS ..... 585**

10.1 El axioma del supremo ..... 585

10.2 Sucesiones de números reales ..... 590

10.3 Límite de una sucesión ..... 596

    PROYECTO 10.3 Sucesiones y el método de Newton-Raphson ..... 606

10.4 Algunos límites importantes ..... 608

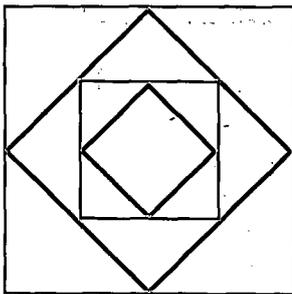
10.5 La forma indeterminada (0/0) ..... 613

10.6 La forma indeterminada ( $\infty/\infty$ ); otras formas indeterminadas ..... 618

    PROYECTO 10.6 Formas indeterminadas peculiares ..... 624

10.7 Integrales impropias ..... 625

Temas importantes del capítulo ..... 635



**CAPÍTULO 11 SERIES INFINITAS ..... 637**

11.1 Series infinitas ..... 637

11.2 El criterio de la integral; teoremas de comparación ..... 648

11.3 Criterio de la raíz y criterio del cociente ..... 656

11.4 Convergencia absoluta y condicional; series alternadas ..... 661

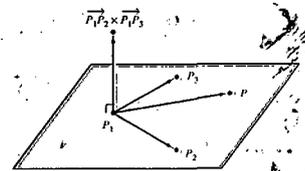
    PROYECTO 11.4 Convergencia de series alternadas ..... 668

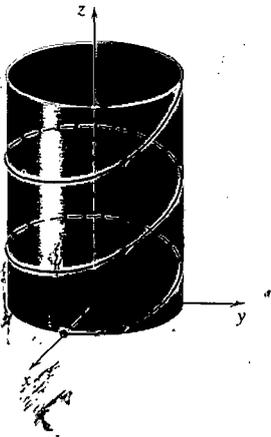
11.5 Polinomios de Taylor en  $x$ ; series de Taylor en  $x$  ..... 668

11.6	Polinomios de Taylor en $x - a$ ; series de Taylor en $x - a$ .....	680
11.7	Series de potencias .....	684
11.8	Diferenciación e integración de series de potencias .....	691
	PROYECTO 11.8 Aproximaciones de $\pi$ .....	703
11.9	La serie binomial .....	705
	Temas importantes del capítulo .....	707
<b>APÉNDICE A ALGUNOS TEMAS ADICIONALES .....</b>		<b>A-1</b>
A.1	Rotación de ejes; ecuaciones de segundo grado .....	A-1
A.2	Matrices y determinantes .....	A-5
<b>APÉNDICE B ALGUNAS DEMOSTRACIONES ADICIONALES .....</b>		<b>A-9</b>
B.1	El teorema de los valores intermedios .....	A-9
B.2	El teorema de los valores extremos .....	A-10
B.3	Funciones inversas .....	A-11
B.4	Integrabilidad de las funciones continuas .....	A-12
B.5	La integral como límite de sumas de Riemann .....	A-15
	<b>ÍNDICE ALFABÉTICO .....</b>	<b>I-1</b>

## VOLUMEN 2

<b>CAPÍTULO 12 VECTORES .....</b>	<b>709</b>	
12.1	Coordenadas cartesianas en el espacio .....	709
12.2	Traslaciones; fuerzas y velocidades .....	714
12.3	Vectores .....	717
12.4	El producto escalar .....	728
	PROYECTO 12.4 Trabajo .....	738
12.5	El producto vectorial .....	739
	PROYECTO 12.5 Momento .....	748
12.6	Rectas .....	749
12.7	Planos .....	757
	PROYECTO 12.7 Algo de geometría con métodos vectoriales .....	768
	Temas importantes del capítulo .....	769





**CAPÍTULO 13 - CÁLCULO VECTORIAL ..... 771**

13.1 Funciones vectoriales ..... 771

13.2 Fórmulas de diferenciación ..... 780

13.3 Curvas ..... 785

13.4 Longitud de un arco ..... 794

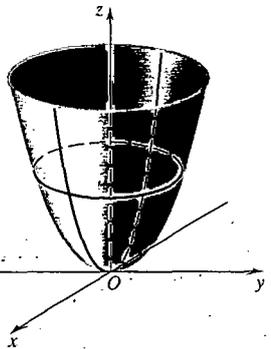
13.5 Movimiento curvilíneo; cálculo vectorial en mecánica ..... 800

\* 13.6 El movimiento planetario ..... 812

13.7 Curvatura ..... 817

    PROYECTO 13.7 Curvas de transición ..... 825

Temas importantes del capítulo ..... 825



**CAPÍTULO 14 FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES ..... 827**

14.1 Ejemplos elementales ..... 827

14.2 Breve catálogo de superficies cuádricas; proyecciones ..... 831

14.3 Gráficas; curvas de nivel y superficies de nivel ..... 837

    PROYECTO 14.3 Curvas de nivel y superficies ..... 846

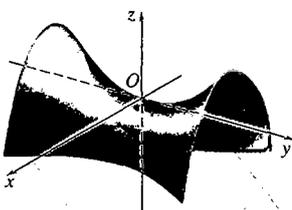
14.4 Derivadas parciales ..... 847

14.5 Conjuntos abiertos y conjuntos cerrados ..... 854

14.6 Límites y continuidad; igualdad de las derivadas parciales mixtas ..... 858

    PROYECTO 14.6 Ecuaciones en derivadas parciales ..... 867

Temas importantes del capítulo ..... 868



**CAPÍTULO 15 GRADIENTES; VALORES EXTREMOS; DIFERENCIALES ..... 871**

15.1 Diferenciabilidad y gradiente ..... 871

    PROYECTO 15.1 Puntos en los que  $\nabla f = 0$  ..... 878

15.2 Gradientes y derivadas direccionales ..... 880

15.3 El teorema del valor medio; reglas de la cadena ..... 890

15.4 El gradiente como normal; rectas tangentes y planos tangentes ..... 904

15.5 Valores máximos y mínimos ..... 914

15.6 Máximos y mínimos condicionados ..... 926

    PROYECTO 15.6 Máximos y mínimos con dos condiciones de ligadura ..... 934

15.7 Diferenciales ..... 935

15.8 Reconstrucción de una función a partir de su gradiente ..... 940

\* 15.9 Ecuaciones diferenciales exactas ..... 947

Temas importantes del capítulo ..... 952

**CAPÍTULO 16 INTEGRALES DOBLES Y TRIPLES ..... 955**

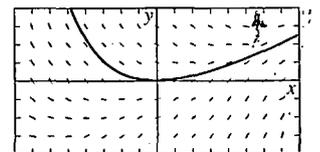
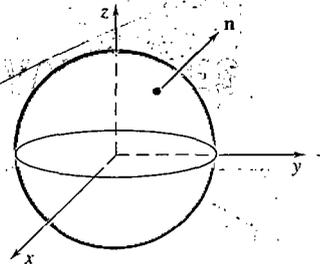
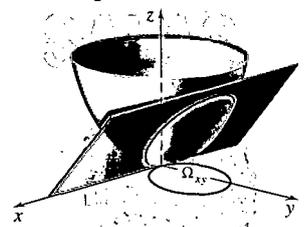
16.1 Notación de sumatorio múltiple ..... 955  
 16.2 Integrales dobles ..... 958  
 16.3 Cálculo de integrales dobles por integraciones sucesivas ..... 970  
 PROYECTO 16.3 Métodos numéricos para integrales dobles ..... 981  
 16.4 La integral doble como límite de sumas de Riemann; coordenadas polares ..... 983  
 \* 16.5 Algunas aplicaciones de la integración doble ..... 989  
 16.6 Integrales triples ..... 997  
 16.7 Reducción a integrales iteradas ..... 1003  
 16.8 Coordenadas cilíndricas ..... 1012  
 16.9 La integral triple como límite de sumas de Riemann; coordenadas esféricas ..... 1018  
 16.10 Jacobianos; cambio de variables en integrales múltiples ..... 1026  
 PROYECTO 16.10 Coordenadas polares generalizadas ..... 1031  
 Temas importantes del capítulo ..... 1031

**CAPÍTULO 17 INTEGRALES DE LÍNEA Y DE SUPERFICIE ..... 1033**

17.1 Integrales de línea ..... 1034  
 17.2 Teorema fundamental de las integrales de línea ..... 1042  
 \* 17.3 Fórmula trabajo-energía; conservación de la energía mecánica ..... 1047  
 17.4 Otra notación para las integrales de línea; integrales de línea con respecto a la longitud de arco ..... 1050  
 17.5 El teorema de Green ..... 1056  
 PROYECTO 17.5 El folio de Descartes ..... 1065  
 17.6 Superficies parametrizadas; área de una superficie ..... 1067  
 17.7 Integrales de superficie ..... 1078  
 17.8 El operador diferencial vectorial  $\nabla$  ..... 1089  
 17.9 El teorema de la divergencia ..... 1095  
 PROYECTO 17.9 Cargas estáticas ..... 1101  
 17.10 El teorema de Stokes ..... 1101  
 Temas importantes del capítulo ..... 1109

**CAPÍTULO 18 ECUACIONES DIFERENCIALES ELEMENTALES ..... 1111**

18.1 Introducción ..... 1111  
 18.2 Ecuaciones diferenciales de primer orden; métodos numéricos ..... 1116  
 PROYECTO 18.2 Campos de direcciones ..... 1124  
 18.3 La ecuación  $y'' + ay' + by = 0$  ..... 1125  
 18.4 La ecuación  $y'' + ay' + by = \phi(x)$  ..... 1134  
 18.5 Vibraciones mecánicas ..... 1144  
 Temas importantes del capítulo ..... 1154



**APÉNDICE A ALGUNOS TEMAS ADICIONALES .....A-1**

A.1. Rotación de ejes; ecuaciones de segundo grado ..... A-1

A.2. Matrices y determinantes ..... A-5

**APÉNDICE B ALGUNAS DEMOSTRACIONES ADICIONALES .....A-9**

B.1. El teorema de los valores intermedios ..... A-9

B.2. El teorema de los valores extremos ..... A-10

B.3. Funciones inversas ..... A-11

B.4. Integrabilidad de las funciones continuas ..... A-12

B.5. La integral como límite de sumas de Riemann ..... A-15

**RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE NUMERACIÓN IMPAR .....A-17**

**ÍNDICE ALFABÉTICO, ..... I-1**