

ÍNDICE ANALÍTICO

Capítulo 1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	¿Qué es el cálculo?	1
1.2	Nociones y fórmulas de la matemática elemental	5
1.3	Algunos problemas sobre rectas	16
1.4	Desigualdades	21
1.5	Desigualdades y valor absoluto	28
1.6	Funciones	32
1.7	Composición de funciones	39
1.8	Funciones inyectivas, inversas	45
1.9	Una observación acerca de la demostración matemática	52
Capítulo 2	LÍMITES Y CONTINUIDAD	57
2.1	La noción de límite	57
2.2	Definición del límite	70
2.3	Algunos teoremas sobre límites	85

2.4	Continuidad	98
2.5	El teorema de la función intermedia; límites trigonométricos	109
2.6	Dos teoremas básicos	119
2.7	Ejercicios adicionales	126

Capítulo 3 DIFERENCIACIÓN 131

3.1	La derivada	131
3.2	Algunas fórmulas de diferenciación	146
3.3	La notación d/dx ; derivadas de orden superior	158
3.4	La derivada como coeficiente de variación	165
3.5	Velocidad y aceleración; caída libre	169
3.6	La regla de la cadena	180
3.7	Diferenciación de las funciones trigonométricas	190
3.8	Diferenciación de inversas; exponentes fraccionarios	196
3.9	Práctica adicional en diferenciación	202
3.10	Diferenciación de funciones implícitas	203
3.11	Coeficiente de variación por unidad de tiempo	207
3.12	Diferenciales; aproximaciones de Newton-Raphson	217
3.13	Ejercicios adicionales	225

Capítulo 4 EL TEOREMA DEL VALOR MEDIO Y APLICACIONES 233

4.1	El teorema del valor medio	233
4.2	Funciones crecientes y decrecientes	240
4.3	Extremos locales	249
4.4	Extremos y valores extremos absolutos	259
4.5	Algunos problemas sobre máximos y mínimos	267

4.6	Concavidad y puntos de inflexión	277
4.7	Algunos trazados de curvas	282
4.8	Asíntotas verticales y horizontales; tangentes verticales y cúspides	287
4.9	Ejercicios adicionales sobre el dibujo de gráficas	294
4.10	Problemas adicionales sobre máximos y mínimos	295
Capítulo 5	INTEGRACIÓN	305
5.1	Un problema de área; un problema de velocidad y distancia	305
5.2	Integral definida de una función continua	309
5.3	La función $F(x) = \int_a^x f(t) dt$	319
5.4	El teorema fundamental del cálculo integral	328
5.5	Algunos problemas de área	334
5.6	Integrales indefinidas	340
5.7	Algunos problemas de movimiento	343
5.8	Cambio de variable	348
5.9	Integración de las funciones trigonométricas	356
5.10	Otras propiedades de la integral definida	363
5.11	Teorema del valor medio para integrales; valor medio o promedio	367
5.12	Ejercicios adicionales	374
5.13	La integral como límite de sumas de Riemann	377
Capítulo 6	ALGUNAS APLICACIONES DE LA INTEGRAL	385
6.1	Algo más acerca del área	385
6.2	Cálculo de volúmenes por secciones paralelas; discos y arandelas	390
6.3	Cálculo de volúmenes por el método de las capas	400
6.4	Centroide de una región; teorema de Pappus relativo a volúmenes	406

6.5	La noción de trabajo	416
6.6	Fuerza sobre una presa	422
6.7	Ley de Newton de la atracción gravitatoria	427
Capítulo 7 FUNCIONES TRASCENDENTES 433		
7.1	En busca de la noción de logaritmo	433
7.2	La función logaritmo, parte I	436
7.3	La función logaritmo, parte II	443
7.4	La función exponencial	453
7.5	Potencias arbitrarias; otras bases; estimación de e	465
7.6	Crecimiento y caída exponencial; interés compuesto	476
7.7	Integración por partes	490
7.8	Movimiento armónico simple	498
7.9	Más sobre la integración de funciones trigonométricas	508
7.10	Funciones trigonométricas inversas	511
7.11	Seno y coseno hiperbólicos	524
7.12	Otras funciones hiperbólicas	530
7.13	Ejercicios adicionales	535
Capítulo 8 TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN 545		
8.1	Repaso	545
8.2	Fracciones simples	548
8.3	Potencias y productos de senos y cosenos	560
8.4	Otras potencias trigonométricas	564
8.5	Integrales en las cuales intervienen $\sqrt{a^2 \pm x^2}$ y $\sqrt{x^2 \pm a^2}$	568
8.6	Algunas sustituciones de racionalización	572

8.7	Integración numérica	574
8.8	Ejercicios adicionales	586
Capítulo 9	SECCIONES CÓNICAS	591
9.1	Introducción	591
9.2	Traslaciones; distancia de un punto a una recta	592
9.3	La parábola	596
9.4	La elipse	607
9.5	La hipérbola	616
* 9.6	Rotaciones; eliminación del término en xy	624
9.7	Ejercicios adicionales	631
Capítulo 10	CÓORDENADAS POLARES; ECUACIONES PARAMÉTRICAS	633
10.1	Coordenadas polares	633
10.2	Trazado de gráficas en coordenadas polares	643
* 10.3	Secciones cónicas en coordenadas polares	650
10.4	Intersección de curvas en polares	655
10.5	Área en coordenadas polares	658
10.6	Curvas dadas paramétricamente	664
10.7	Tangentes a curvas dadas paramétricamente	675
10.8	El axioma del supremo	683
10.9	Longitud de un arco y velocidad	688
10.10	Área de una superficie de revolución; centroide de una curva; teorema de Pappus para el área de una superficie	699
* 10.11	La cicloide	713
10.12	Ejercicios adicionales	716

Capítulo 11	SUCESIONES; FORMAS INDETERMINADAS; INTEGRALES IMPROPIAS	721
11.1	Sucesiones de números reales	721
11.2	Límite de una sucesión	729
11.3	Algunos límites importantes	743
11.4	La forma indeterminada $(0/0)$	749
11.5	La forma indeterminada (∞/∞)	756
11.6	Integrales impropias	760
11.7	Ejercicios adicionales	768
Capítulo 12	SERIES INFINITAS	773
12.1	La notación sigma	773
12.2	Series infinitas	776
12.3	El criterio de la integral; teoremas de comparación	789
12.4	El criterio de la raíz; el criterio del cociente	799
12.5	Convergencia absoluta y condicional; series alternadas	804
12.6	Polinomios de Taylor en x ; series de Taylor en x	811
12.7	Polinomios de Taylor en $x - a$; series de Taylor en $x - a$	827
12.8	Series de potencias	832
12.9	Diferenciación e integración de las series de potencias	840
12.10	La serie binomial	857
12.11	Ejercicios adicionales	859
Apéndice A	ALGUNAS CUESTIONES ELEMENTALES	A-1
A.1	Conjuntos	A-1
A.2	Medida en radianes	A-7
A.3	Inducción	A-11

Ápndice B ALGUNAS DEMOSTRACIONES ADICIONALES A-17

B.1 El teorema del valor intermedio A-17

B.2 Teorema del máximo-mínimo A-18

B.3 Funciones inversas A-19

B.4 Integrabilidad de las funciones continuas A-21

B.5 La integral como límite de sumas de Riemann A-25

Ápndice C TABLAS A-27

ÍNDICE ALFABÉTICO I-1

En los días del Imperio, un "calculus" era un pequeño guijarro usado como para apostar. Unos siglos más tarde, "calculus" significaba "calcular", "contar" y "resolver". Para los matemáticos e investigadores en ciencias sociales de nuestros días, el cálculo se refiere a la teoría de las curvas y superficies implementadas con el uso de las técnicas de la geometría diferencial.

Este libro introduce las matemáticas elementales y las extiende a una teoría más general. He aquí algunos ejemplos. En la columna de la izquierda se muestran algunos de las matemáticas elementales; en la de la derecha se muestran los conceptos generalizados por el cálculo.

Elemental	Cálculo
Una recta	
$ax + b$	

$$ax + b$$