

## ÍNDICE GENERAL

	PÁG.
<i>Presentación</i> .....	XIII
<i>Contenido del volumen II</i> .....	XV

### CAPÍTULO XVII

#### GEOMETRÍA LINEAL Y CUADRÁTICA

§ 60. <b>Álgebra vectorial</b> .....	1
1. Vectores libres. Combinación lineal. 2. Dependencia lineal. 3. Expresión en coordenadas. 4. Proyección de un vector sobre un eje. 5. Multiplicación escalar. 6. Multiplicación vectorial. 7. Productos reiterados. 8. Aplicaciones: Rectas y planos. Ejercicios.	
§ 61. <b>Transformaciones lineales</b> .....	24
1. Transformación de coordenadas. 2. Transformaciones lineales y matrices. 3. Producto de transformaciones. Transformación inversa. 4. Operaciones con matrices y aplicaciones. 5. Transformaciones degeneradas. Dimensión. 6. Transformaciones lineales biunívocas. 7. Grupos de transformaciones lineales y afines. Ejercicios.	
§ 62. <b>Cuádricas</b> .....	37
1. Propiedades generales. 2. Cuádricas con centro. 3. Cuádricas sin centro. 4. Intersecciones. Plano tangente. 5. Puntos singulares y cuádricas degeneradas. 6. Cuádricas regladas. 7. Secciones circulares. Secciones circulares diametrales. Ejercicios.	
§ 63. <b>Álgebra tensorial</b> .....	57
1. Tensor doble. 2. Operaciones. Tensores especiales y de rango mayor. 3. Forma bilineal correspondiente a un tensor. 4. Cuádrica de un tensor simétrico. 5. Forma canónica en el grupo ortogonal. Autovalores y autovectores. 6. Invariantes de un tensor simétrico. 7. Signo de una forma cuadrática. 8. Ecuaciones normales de las cuádricas. 9. Clasificación de las cuádricas. Ejercicios.	
<i>Notas al Capítulo XVII</i> .....	78
I. Bases de espacios vectoriales. Dualidad. II. Espacios vectoriales euclídeos. III. Espacios puntuales afines. IV. Resolución práctica de los sistemas de ecuaciones lineales. V. Bibliografía.	

## CAPÍTULO XVIII

**FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES  
REALES. DIFERENCIACIÓN**

	PÁG.
§ 64. <b>Funciones de varias variables reales</b> .....	107
<p style="margin-left: 20px;">1. Variables independientes y dependientes.    2. Representación gráfica: curvas o superficies de nivel.    3. Tipos elementales de funciones de varias variables.    4. Conjuntos puntuales: clasificación de puntos.    5. Recintos. Ejercicios.</p>	
§ 65. <b>Límites y continuidad</b> .....	117
<p style="margin-left: 20px;">1. Límite doble.    2. Límites sucesivos y límite en una dirección.    3. Funciones continuas: propiedades.    4. Infinitésimos. Ejercicios.</p>	
§ 66. <b>Derivadas y diferenciales primeras</b> .....	125
<p style="margin-left: 20px;">1. Derivación parcial.    2. Teorema del valor medio o de los incrementos finitos y consecuencias.    3. Aplicación al cálculo aproximado.    4. Funciones diferenciables.    5. Significado geométrico de la diferencial: plano tangente. Derivada direccional.    6. Gradiente. Ejercicios.</p>	
§ 67. <b>Funciones compuestas e implícitas</b> .....	140
<p style="margin-left: 20px;">1. Funciones compuestas de una variable independiente. Derivadas y aplicaciones.    2. Funciones compuestas de varias variables independientes.    3. Funciones homogéneas. Teorema de EULER.    4. Función implícita de una variable independiente.    5. Función implícita de varias variables independientes. Derivada. Plano tangente.    6. Sistemas de funciones implícitas.    7. Inversión y cambio de variables.    8. Discriminación de variables dependientes e independientes. Ejercicios.</p>	
§ 68. <b>Teoremas de existencia de las funciones implícitas. Dependencia funcional</b> .....	163
<p style="margin-left: 20px;">1. Función definida por una ecuación.    2. Funciones definidas por un sistema de ecuaciones.    3. Dependencia funcional.    4. Dependencia lineal: wronskiano. Ejercicios.</p>	
<i>Notas al Capítulo XVIII</i> .....	177
<p style="margin-left: 20px;">I. Espacios topológicos y métricos.    II. Lema de BOREL: espacios compactos.    III. Bibliografía.</p>	

## CAPÍTULO XIX

**FÓRMULA DE TAYLOR DE VARIAS VARIABLES**

§ 69. <b>Derivación sucesiva y fórmula de Taylor</b> .....	187
<p style="margin-left: 20px;">1. Derivación sucesiva.    2. Conmutabilidad de la derivación sucesiva.    3. Diferenciales totales sucesivas: fórmula simbólica.    4. Derivadas y diferenciales sucesivas de</p>	

las funciones implícitas. 5. Fórmula de TAYLOR para dos variables. 6. Generalización para más variables. Ejercicios.

§ 70. **Extremos relativos** ..... 201

1. Definiciones; Funciones de dos variables; condiciones necesarias. 2. Condiciones suficientes de extremo relativo. 3. Caso general en funciones de dos variables. 4. Extremos relativos de las funciones de tres variables. 5. Interpretación geométrica y discusión. 6. Extremos libres en el caso general. 7. Extremos de funciones con variables ligadas. 8. Método de los multiplicadores de LAGRANGE. Ejercicios.

§ 71. **Aplicaciones geométricas de la fórmula de Taylor** 225

1. Cambio de coordenadas. 2. Centro de las cuádricas. 3. Puntos simples u ordinarios de las curvas. 4. Puntos múltiples de las curvas. 5. Posición de una superficie respecto del plano tangente. 6. Intersección de la superficie con su plano tangente. Ejercicios.

*Notas al Capítulo XIX* ..... 235

I. Método de los cuadrados mínimos. II. Bibliografía.

CAPÍTULO XX

GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

§ 72. **Vector dependiente de uno o más parámetros: curvas y superficies** ..... 239

1. Función vectorial. 2. Derivación de una función vectorial. 3. Reglas de derivación. 4. Derivada direccional. Tensor derivado. 5. Fórmula de TAYLOR de una función vectorial. 6. Representación paramétrica y vectorial de las curvas: tangente. 7. Representación paramétrica y vectorial de las superficies: plano tangente. 8. Representación implícita y ecuaciones reducidas de las curvas. 9. Concepto de curva y de superficie según FRÉCHET. Ejercicios.

§ 73. **Curvas alabeadas** ..... 257

1. Abscisa curvilínea o parámetro intrínseco. 2. Plano osculador a una curva alabeada. 3. Triedro principal o intrínseco. 4. Curvaturas de flexión y de torsión de una curva alabeada. 5. Fórmulas de FRENET o SERRET. 6. Vector de DARBOUX. 7. Expresiones explícitas de los elementos del triedro intrínseco y de las curvaturas de flexión y de torsión. 8. Vector aceleración. 9. Fórmula de TAYLOR y ecuaciones intrínsecas de una curva alabeada. 10. Circunferencia y esfera osculatrices. Ejercicios.

	PÁG.
§ 74. <b>Envolventes de curvas y superficies</b> .....	278
1. Envolvente de curvas planas. 2. Evoluta y envolvente en el plano. 3. Envolventes de superficies. 4. Envolventes de un haz de curvas en el espacio. 5. Superficies regladas desarrollables. Ejercicios.	
§ 75. <b>Superficies regladas</b> .....	295
1. Superficies regladas en general. 2. Plano tangente a una superficie reglada. 3. Clasificación de las superficies desarrollables. 4. Superficies regladas engendradas por los elementos del triedro intrínseco a una curva dada. 5. Línea de estricción de una superficie reglada. 6. Plano central y parámetro de distribución. Ejercicios.	
§ 76. <b>Las formas fundamentales de las superficies: líneas notables</b> .....	306
1. La primera forma fundamental. 2. La segunda forma fundamental. 3. Indicatriz de DUPIN. 4. Teorema de MEUSNIER. 5. Líneas notables de una superficie. Ejercicios.	
§ 77. <b>Representación de superficies</b> .....	320
1. Concepto geométrico de una representación analítica cartográfica. 2. Coordenadas geográficas en la esfera: superficies de revolución. 3. Representaciones conformes planas de una superficie. 4. Ejemplos: representación de MERCATOR y estereográfica polar. 5. Proyección conforme cilíndrica transversa de LAMBERT-GAUSS. Ejercicios.	
<i>Notas al Capítulo XX</i> .....	336
I. La elipse indicatriz de TISSOT. II. Caracterización de las representaciones: ejemplos. III. Fórmulas generales para las representaciones conformes. IV. Representación conforme de GAUSS-KRÜGER. V. Bibliografía.	

## CAPÍTULO XXI

INTEGRALES GENERALIZADAS.  
SERIES E INTEGRALES MÚLTIPLES

§ 78. <b>Integral de Riemann-Stieltjes</b> .....	357
1. Definición como límite en un conjunto dirigido. 2. Relación con la integral de RIEMANN. 3. Condiciones de integrabilidad. 4. Propiedades fundamentales. 5. Distribución discontinua de 1ª especie. 6. Funciones $f(x)$ ó $g(x)$ de variación acotada. 7. Nota sobre las funcionales lineales continuas. Ejercicios.	
§ 79. <b>Integración por partes y segundo teorema del valor medio</b> .....	368
1. Integración por partes. 2. Segundo teorema del valor medio. Ejercicios.	

	PÁG.
§ 80. Integrales simples impropias .....	375
1. Definiciones. Integral (R-C) para extremo singular único. 2. Criterio general de convergencia. 3. Otras singularidades. Regla generalizada de BARROW. 4. Valor principal en un punto singular. 5. Transformación de integrales en series. 6. Integrandos de signo constante. Método de comparación. 7. Criterio del orden de infinitud o infinitesimal. 8. Integrales simples absoluta y condicionalmente convergentes. 9. Generalización de las integrales impropias. Ejercicios.	
§ 81. Series múltiples .....	393
1. Sucesiones doblemente indefinidas. 2. Series dobles y múltiples. 3. Series dobles de términos positivos. 4. Series dobles absolutamente convergentes. 5. Series dobles de términos reales o complejos: propiedad conmutativa. Ejercicios.	
§ 82. Integrales dobles .....	403
1. Concepto de integral doble. 2. Conjuntos de extensión nula y de medida nula. 3. Condiciones de integrabilidad (R). 4. Cálculo de integrales dobles por integrales reiteradas. 5. Existencia de las integrales reiteradas y su igualdad con la integral doble. Ejercicios.	
§ 83. Integrales múltiples. Cambio de variables .....	413
1. Reducción de integrales múltiples a integrales simples. 2. Generalización del concepto de integral. 3. Propiedades de las integrales múltiples. 4. Cambio de variables en las integrales dobles. 5. Cambio de variables en las integrales múltiples. 6. Coordenadas espaciales curvilíneas. Ejercicios.	
§ 84. Aplicaciones de las integrales múltiples .....	422
1. Volúmenes en coordenadas cartesianas. 2. Coordenadas esféricas. 3. Coordenadas cilíndricas. 4. Área de una superficie alabeada. 5. Momentos de líneas, superficies y cuerpos. 6. Centros de gravedad. Teoremas de GULDIN. 7. Momentos de inercia. Ejercicios.	
<i>Notas al Capítulo XXI</i> .....	440
I. Área de una superficie alabeada. II. Bibliografía.	

CAPÍTULO XXII

INTEGRALES PARAMÉTRICAS

§ 85. Integración y derivación de series funcionales ..	445
1. Integración de series. 2. Derivación de series. Ejercicios.	

	PÁG.
§ 86. Integrales paramétricas propias e impropias . . . .	451
1. Definiciones. Equicontinuidad. 2. Continuidad, integración y derivación de integrales propias paramétricas. 3. Integrales paramétricas impropias: convergencia uniforme. 4. Continuidad, integración y derivación de integrales paramétricas impropias. Ejercicios.	
§ 87. Integrales múltiples impropias . . . . .	466
1. Concepto de integral múltiple impropia. 2. Criterios de convergencia absoluta. 3. Integral de POISSON. 4. Integrales de FRESNEL. 5. Integral de CAYLEY. Ejercicios.	
Notas al Capítulo XXII . . . . .	474
I. Bibliografía.	

## CAPÍTULO XXIII

## INTEGRALES CURVILÍNEAS. ANALISIS VECTORIAL

§ 88. Integral curvilínea . . . . .	475
1. Definición y reducción a integrales definidas. 2. Interpretación geométrica. 3. Cálculo de integrales curvilíneas. 4. Generalizaciones. 5. Áreas y momentos por integrales curvilíneas. 6. Fórmula de RIEMANN. Ejercicios.	
§ 89. Integración de diferenciales exactas . . . . .	487
1. Existencia de la función potencial. 2. Integrales curvilíneas de diferenciales exactas. 3. Integrales curvilíneas completas de tres variables. Ejercicios.	
§ 90. Integrales de superficie . . . . .	493
1. Orientabilidad de superficies. 2. Integral sobre una superficie. 3. Integral sobre superficie cerrada. Volumen orientado. Ejercicios.	
§ 91. Derivación e integración en campos vectoriales . .	502
1. Propiedades de la derivación en campos escalares. 2. Campos vectoriales. Líneas de fuerza. 3. Divergencia. 4. Circulación. Campos conservativos; potencial. 5. Rotor. Campos irrotacionales. 6. El operador nabla de HAMILTON y sus aplicaciones. Ejercicios.	
§ 92. Teoremas integrales y aplicaciones . . . . .	516
1. Transformación de integrales triples. 2. Carácter intrínseco de los operadores diferenciales grad, div, rot. 3. Teorema de STOKES. 4. Los operadores diferenciales en coordenadas curvilíneas. Ejercicios.	

	PÁG.
§ 93. Aplicaciones físicas .....	526
1. Campos newtonianos.   2. Derivadas locales y deriva- das sustanciales.   3. Presión interior.   4. Ecuaciones de la hidrodinámica.   Ejercicios.	
<i>Notas al Capítulo XXIII</i> .....	536
I. Potencial newtoniano de doble capa.   II. Fórmulas de GREEN y consecuencias.   III. Análisis tensorial. IV. Formas diferenciales exteriores y teorema de STOKES. V. Bibliografía.	
<i>Respuestas a ejercicios</i> .....	551
<i>Índice de símbolos y abreviaturas</i> .....	585
<i>Índice alfabético</i> .....	607